CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală – 28 februarie 2015
Barem de corectare
clasa a IX – a
Filiera teoretică - Profil real - Specializarea Ştiinţe ale naturii

1. a) $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$, $\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\geq 2$, $\frac{c}{a}+\frac{a}{c}\geq 2$ **(2p)** Finalizare **(2p)**

b) $P(n):\left(3^{2n+3}+40n-27\right)\vdots 64$ oricare ar fi $n\in\mathbb{N}$

$P(0):\ 0\vdots 64$ adevărat **(1p)**

$P(k):\left(3^{2k+3}+40k-27\right)\vdots 64$ $P(k+1):\left(3^{2k+5}+40k+13\right)\vdots 64\Leftrightarrow$

$\left[9\left(3^{2k+3}+40k-27\right)+256-320k\right]\vdots 64\Leftrightarrow\left[9\left(3^{2k+3}+40k-27\right)+64(4-5k)\right]\vdots 64$

$$\left.\begin{array}{r}\left(3^{2k+3}+40k-27\right)\vdots 64\\ 64(4-5k)\vdots 64\end{array}\right\}\Rightarrow\left[9\left(3^{2k+3}+40k-27\right)+64(4-5k)\right]\vdots 64$$

Rezultă că numărul $A=3^{2n+3}+40n-27$ se divide cu 64 **(2p)**

2. a) Mulțimea soluțiilor ecuației este $S=\left[\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right]\Rightarrow P$ este propoziție adevărată **(3p)**

b) $S=\{5,6\}\Rightarrow Q$ este falsă **(3p)** $P\wedge Q$ este falsă **(1p)**

3. a) $3+4+\cdots+n=63\Leftrightarrow n=11$; primul călător parcurge traseul în 11 zile **(2p)**

$1+2+2^2+\cdots+2^n=63\Leftrightarrow 2^n-1=63\Leftrightarrow n=6$;

al doilea călător parcurge traseul în 6 zile **(3p)**

b) la sfârșitul celei de-a cincea zi **(2p)**

4. a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}$ **(3p)**

b) $\overrightarrow{PN}=\frac{\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{PB}}{2}$, $\overrightarrow{PM}=\frac{\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PA}}{2}$ **(2p)**

$\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PA}+2\overrightarrow{PB}=2\overrightarrow{PM}+2\overrightarrow{PB}=4\overrightarrow{PN}$ **(2p)**